Francesco Piazza

LA MATEMATICA CHIAVE DI LETTURA DELLA REALTÀ.

Conferenza presso la Mathesis di Brescia; giovedì 25 maggio 1989 (C/o prof. Luigi Giustino CERRITELLI)

1. Per svolgere il tema che ho proposto nel titolo vorrei prendere le mosse da un celebre passo di un'opera di Galileo: in tale passo il grande pisano dichiara che il libro della natura che continuamente ci sta aperto davanti agli occhi, è scritto in caratteri matematici. Quindi chi vuole leggere in tale libro deve conoscere i caratteri nei quali le sue pagine sono scritte; altrimenti si aggirerà nell'universo come in un oscuro labirinto (1).

La citazione di Galileo mi pare particolarmente significativa: infatti mi pare di poter affermare che queste parole di Galileo segnano il passaggio da una meccanica, scienza del moto dei corpi, trattata con concetti qualitativi, ad una scienza che utilizza la matematica, e quindi i metodi quantitativi. E per questo mi pare di poter identificare nel passo galileiano quasi lo statuto metodologico della scienza modernamente intesa. Ma questo episodio storico non è l'unico che si possa citare: per esempio, quasi due secoli dopo Galileo, Alessandro Volta, nel fondare gli studi sull'elettricità propugnava il passaggio dalle osservazioni puramente qualitative dei fenomeni elettrici a quelle quantitative scrivendo:

"*....e che mai può farsi di buono, se le cose non si riducono a gradi e misure, in fisica particolarmente? Come si valuteranno le cause, se non si determina la qualità non solo, ma la quantità e l'intensione degli effetti*?" (2).

E non si creda che questo atteggiamento si a stato assunto soltanto dai ricercatori che via via conquistavano alla fisica nuovi campi di studio: infatti nel periodo in cui stava nascendo la economia modernamente intesa un contemporaneo di Volta, l'abate Ferdinando Galiani, in una sua opera piccola di mole ma profonda di pensiero dichiarava esplicitamente che soltanto i numeri danno la rappresentazione chiara ed inequivocabile di una realtà che si vuole conoscere (3).

La fisica di oggi, con le sue vertiginose conquiste, sta proprio a dimostrare quale sia la potenza del linguaggio matematico che essa utilizza. Ed insisto nell'attribuire alla potenza del linguaggio e del metodo matematico i progressi della fisica perché mi sembra che questo aspetto del progresso scientifico sia spesso tenuto in ombra, mentre si sottolinea quasi esclusivamente l'importanza dell'impiego del metodo sperimentale. A me pare invece che la storia della scienza stia a dimostrare quanto grande sia stato il contributo della matematica nella costruzione delle teorie che spiegano la realtà: infatti non mi pare di poter dimenticare che quasi contemporaneamente alla matematizzazione della meccanica, con Galileo e Newton, è avvenuta anche la fondazione del calcolo delle probabilità. Quella matematica, che nella mentalità dei profani è considerata la scienza della certezza per eccellenza, ha permesso di rendere il più razionali possibile le decisioni dell'uomo in condizioni di incertezza, e quindi di dominare il caso, come qualcuno dice, esprimendosi in forma pittoresca. E via via che si estendevano le conoscenze scientifiche, la matematica permetteva all'uomo di dominare non soltanto i fenomeni reversibili della meccanica classica, ma anche quelli irreversibili del calore, giungendo fino a permettere la costruzione di una teoria generale delle trasformazioni dell'energia; e la chiarezza che il linguaggio matematico conferiva alle conoscenze umane conduceva il grande Fourier ad affermare orgogliosamente che la matematica non ha simboli per le idee confuse (4).

2. Ho cercato di delineare, in modo rudimentale e sommario, l'ampliarsi del dominio delle scienze fisico-matematiche della natura inorganica: ma l'osservazione della scienza contemporanea ci conduce ad affermare che la matematica permette di dominare anche qualche cosa che non è completamente materiale: mi sento infatti di poter dire che la moderna teoria dell'informazione non esisterebbe se non esistesse l'algebra astratta, la teoria dei linguaggi, la combinatorica, e se non si fosse verificata quella profonda crisi della matematica e dei suoi fondamenti che ha condotto questa scienza dalla fisionomia che aveva all'inizio del secolo XIX a quella che ha attualmente.

Per rendere più chiaro il mio pensiero, ricorderò che nella grande Enciclopedia di Diderot, che costituisce il monumento della mentalità illuministica, e contiene l'esaltazione della scienza del secolo XVIII, la matematica è presentata come una dottrina qualificata dai suoi oggetti, dai suoi contenuti; la matematica è presentata come "scienza della quantità; e quest'ultima viene ulteriormente suddistinta in quantità discreta, che è oggetto della scienza dei numeri, e quantità continua, che è oggetto della scienza dell'estensione o geometria.

Oggi, l'estendersi ed il diversificarsi dei campi in cui si articola la ricerca matematica non permette più di adottare una definizione come quella che ho ricordato; personalmente non saprei definire con precisione e completezza che cosa si intende oggi per matematica, ma sono abbastanza convinto che il voler tentare di qualificarla soltanto come "scienza della quantità" o addirittura "scienza dei numeri" è un atteggiamento molto riduttivo.

Mi pare tuttavia di poter dire che resta valida l'osservazione enunciata dal grande matematico David Hilbert in occasione del congresso mondiale dei matematici, tenutosi a Parigi nel 1900; disse infatti Hilbert che la matematica moderna (del suo tempo) non esisterebbe se non ci fossero la fisica, la meccanica, la geometria. Ed io credo di essere nel giusto interpretando le parole del grande tedesco dicendo che esse mettono in evidenza quanto grande sia lo stimolo che la matematica teorica riceve dalle ricerca e dalle curiosità sulla realtà materiale concreta, e quanto grande sia il contributo della fantasia (stimolata dall'osservazione) nella costruzione delle teorie matematiche, anche delle più astratte o di quelle che ci appaiono come più distaccate dalla realtà concreta.

Ciò che abbiamo detto fin qui stimola la nostra curiosità, spingendoci a domandarci quali siano i tratti caratteristici di una scienza che oggi ci si presenta con tanti aspetti diversi e che si occupa di tanti oggetti apparentemente molto lontani tra loro. Per tentare di rispondere a queste legittime curiosità penso che si possa cercare di analizzare quale sia il caratteristico procedere del matematico nella sua ricerca, e cercare di vederne i tratti essenziali. A questo scopo credo che si possa ricordare il pensiero dei classici, perché in essi si incontrano spesso i problemi, per così dire, allo stato nascente, nella loro interezza, prima che un pensiero ulteriore ed una analisi successiva li abbia smontati negli elementi costitutivi. E questa globalità dei problemi che si considerano permette spesso di cogliere l'essenza dei metodi che i grandi pensatori del passato hanno escogitato per rispondere alle domande più interessanti. Mi rifarò quindi al pensiero della matematica greca, la quale non soltanto ha costruito un insieme di risultati rigorosi che ci appare meraviglioso, ma anche ha meditato sui metodi per giungere ai risultati, ed ha delineato il cammino che la nostra mente deve seguire per giungere con certezza alla verità.

3. Ho parlato poco fa della matematica greca, non nascondendo la mia ammirazione per il pensiero che in essa si manifesta; in particolare mi interessa qui ricordare che già nelle civiltà ellenica troviamo svolta ed approfondita una problematica metodologica la cui nascita viene attribuita, da osservatori superficiali, soltanto a molti secoli più tardi. Infatti già nella matematica contemporanea ad Euclide (se non in Euclide stesso) troviamo analizzati i due procedimenti di analisi e di sintesi, per la dimostrazione e per la soluzione dei problemi; procedimenti che il pensiero posteriore ha soltanto codificato e precisato ma non certo inventato.

Precisamente i Greci chiamavano "analisi" il procedimento logico di deduzione il quale, partendo dalle ipotesi di un teorema o dai dati di un problema, giunge a conclusioni che sono conseguenze necessarie di quelle ipotesi o di quei dati. Chiamavano "sintesi" il procedimento logico che conduceva, da certe verità o proposizioni accettate come vere o accertate da procedimenti precedenti, alla verità del teorema considerato o alla soluzione del problema posto.

Presso i Greci queste deduzioni si svolgevano abitualmente con l'impiego della logica tradizionale e con formulazioni che facevano appello a nozioni di geometria. La maturazione della matematica attraverso i secoli ha permesso la fondazione e la crescita dell’algebra, come dottrina autonoma. L'invenzione dei metodi e delle convenzioni di quella che oggi chiamiamo geometria analitica permette proprio di utilizzare per le deduzioni le regole sintattiche del linguaggio algebrico; e, come osserva l'Enriques, tutta la dottrina che oggi si chiama, quasi per antonomasia, analisi matematica permette di applicare le strutture formali della matematica alla conoscenza del reale, proprio mettendo in atto quel procedimento di deduzione rigorosa che i Greci avevano già preso in considerazione, chiamandolo appunto analisi.

Mi pare che proprio in queste circostanze risieda una delle ragioni, se non la principale, del successo odierno della conoscenza fisico-matematica della natura: successo che, come abbiamo visto, ha il suo inizio nel pensiero di Galileo, il quale aveva intuito il significato profondo della utilizzazione di un dato linguaggio, e di un determinato sistema di simboli, per rappresentare la realtà e per eseguire le deduzioni che incarnano l'operazione di analisi di cui si diceva. Invero, nella meccanica che diremo classica, il reale materiale viene rappresentato con numeri, attraverso l'operazione fondamentale della misura: di conseguenza le relazioni che sussistono tra gli elementi materiali, le proprietà, le leggi della realtà vengono tradotte con questo linguaggio dei numeri; esso non soltanto permette la rappresentazione precisa ed univoca della realtà materiale, ma soprattutto permette la deduzione, rendendola quasi automatica, perché affidata alle leggi sintattiche del linguaggio adottato.

Questa procedura fondamentale può essere adottata e seguita anche in campi diversi da quelli della meccanica razionale ed in generale della fisica: è possibile per esempio costruire dei sistemi formali di logica simbolica, che realizzano e rendono possibile quell’ideale del ragionamento deduttivo che già W. G. Leibniz accarezzava quasi tre secoli fa, quando preconizzava l'avvento di un tempo in cui due dotti non avrebbero più dovuto affrontarsi in dispute interminabili: sarebbe bastato che sedessero ad un tavolo dicendo l'uno all’altro: "Calculemus", calcoliamo (5).

Una operazione di questo tipo implica che si costruiscano adeguati sistemi di simboli per rappresentare i concetti, ed adeguate strutture sintattiche per rappresentare le relazioni tra i concetti e per tradurre i ragionamenti in manipolazioni di simboli o di formule. Ma questi simboli non sono necessariamente dei numeri, e non traducono necessariamente delle misure; e l'acquisizione della coscienza di questi fatti ha condotto la matematica ad estendere meravigliosamente i propri domini, molto aldilà di quelli dell’universo misurabile o quantificabile, i cui confini parevano, sino a qualche tempo fa, coincidere con i confini del pensiero matematico. Si comprende quindi come il progresso della matematica si sia svolto di pari passo con quello delle scienze alle quali essa forniva gli strumenti espressivi; e si comprende inoltre come sia vano il cercare di distinguere tra la matematica ritenuta utile e quella giudicata superficialmente come inutile: infatti ogni progresso delle capacità espressive, anche di quelle che vengono giudicate le più astratte e le più lontane dalle possibili utilizzazione, porta come conseguenza un ampliamento delle possibilità di applicazione del linguaggio che viene creato. Se limitassimo la ricerca matematica a quei campi che oggi riteniamo costituiscano la sua applicazione utile tarperemmo le ali al nostro pensiero e lo rinchiuderemmo in un recinto nel quale resteremmo fatalmente anche noi stessi rinchiusi. Invece soltanto la ricerca libera, anche quella considerata superficialmente come astratta ed inutile ha per messo la fioritura rigogliosa di scienze nuove, che aprono nuove strade al progresso della umanità.

4. Molto si potrebbe dire, approfondendo la linea di pensiero a cui ho accennato brevemente fin qui, ma il tempo non basterebbe per poter dire tutto. Voglio quindi soffermarmi su un altro aspetto della matematica, aspetto strettamente collegato con i problemi della scuola e dell’insegnamento in generale.

Se infatti accettiamo il fatto che la matematica abbia il compito di struttura portante nel pensiero scientifico di oggi, dobbiamo anche soffermarci sui problemi della didattica di questa scienza così fondamentale. Invero, come abbiamo visto, il pensiero matematico presenta i caratteri di pensiero astratto e simbolizzato con simboli convenzionali: un linguaggio simbolizzato, dotato di grandissima potenza ma stretto nei ceppi di una sintassi rigidissima; a tal punto che anche sbagliando un solo segno o un solo simbolo o un solo passaggio di trasformazione non si riesce a trasmettere correttamente un messaggio, oppure non si riesce a condurre a buon fine il ragionamento iniziato. Sono queste le caratteristiche che, a mio parere, conferiscono alla matematica la sua potenza espressiva e

deduttiva; ma sono anche queste le circostanze che talvolta allontanano dalla matematica delle menti, anche egregie, che tuttavia non gradiscono l'astrattezza, la convenzionalità dei simboli, la rigidezza della sintassi del linguaggio.
Ma sono pure anche queste le caratteristiche che fanno della matematica una materia profondamente formativa della mente dei giovani. Questi infatti sono bersagliati (e forse oggi più che mai prima d'ora) da messaggi interessati, che vogliono agire non sulla parte razionale della loro mente, ma a livello emotivo e genericamente infrarazionale; pertanto una solida formazione matematica costituisce la base per una educazione che faccia appello alla ragione ed alla chiarezza.
A questo proposito vale la pena di ricordare che la crisi dei fondamenti della matematica, che ha avuto la sua origine nella seconda metà del secolo scorso, ha messo in luce il metodo assiomatico come metodo fondamentale non soltanto della conoscenza matematica, ma anche di ogni conoscenza che voglia essere scientifica; e quando si parla di metodo assiomatico non si vuole intendere la pretesa di imporre agli altri il proprio pensiero senza ammettere discussioni, ma bensì il metodo che consiste nel ricercare i principi ed i fondamenti di ogni ragionare e nel prendere conoscenza dei punti di partenza che si danno per noti, chiarendo la definizione dei concetti e dei termini linguistici che si adottano per rappresentarli.
Vale la pena di ricordare che questa ricerca di chiarezza, questa presa di coscienza esplicita dei punti di partenza costituisce un modello di sistema scientifico che si propone come schema ideale di conoscenza razionale, fondata, motivata e spiegata, cioè di quella che oggi si chiama abitualmente conoscenza scientifica.
Se vediamo la matematica in questa luce, il suo insegnamento manifesta in pieno il suo carattere formativo, ad ogni livello di età e ad ogni stadio di sviluppo della ragione umana. In altre parole, la matematica non si ridurrà soltanto ad una materia per così dire “di servizio”, uno strumento utile o necessario ma che non ha alcuna rilevanza culturale: essa prenderà invece il proprio posto accanto alle materie considerate più propriamente formative della mente dei giovani, senza pretendere di invadere tutto il campo della formazione umana; ma anche senza lasciarsi declassare a insegnamento di servizio. Naturalmente il suo insegnamento dovrà far posto all’addestramento, necessario per il possesso s curo di ogni strumento linguistico, ma anche alla rimeditazione dei fondamenti e dei significati del pensare matematico. La tecnica moderna mette a nostra disposizione dei mezzi potentissimi per l'elaborazione dell’informazione; strumenti, sia detto per inciso, che non esisterebbero se non ci fossero state le ricerche teoriche di algebra, di logica simbolica, di teoria dei linguaggi che sono nate e che vivono nell'ambito della scienza matematica. Questi strumenti richiedono a volte un certo lavoro di addestramento per essere utilizzati al massimo delle loro potenzialità; e, quando ciò avviene, possono aprire dei campi impensati alla nostra conoscenza; vorrei tuttavia augurarmi che l'addestramento all’impiego di questi strumenti non diventi una concessione alla pigrizia mentale, ma uno stimolo alla creatività ed un aiuto all'intelligenza, che è liberata dalla fatica materiale dei calcoli.
Tuttavia sempre di strumenti si tratta, e come tali essi debbono essere dominati, e guidati da una mente umana che se ne serve senza diventare la loro schiava.

MATEMATICA, CHIAVE DI LETTURA DELLA REALTÀ. NOTE.

(1)...La filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi agli occhi (io dico l'universo), ma non si può intendere se prima non s'impara a intendere la lingua e conoscere caratteri, né quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezzi è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro laberinto. Galileo Galilei. Il saggiatore.
(2) Opera voltiana. Vol. I. Pag.27
(3) Ferdinando Galiani. La moneta.
(4) Jean-Baptiste-Joseph Fourier. Théorie analitique de la chaleur.
(5) Quo facto, quando orientur controversiae, non magis disputatione opus erit inter duo philosophos, quam inter duo computistas. Sufficiet enim calamos in manus sumere sedereque ad abacos et sibi invicem (accito si placet amico) dicere: calculemus.